# 線形費用三者立地交渉問題



今井, 晴雄

平成七年一月一日発行（毎月一回一日発行）

# 經濟論叢

第155巻　第1号

## 山田浩之教授記念號

献　　辞……………………………………………浅　沼　萬　里
時系列分析の新展開………………………………森　棟　公　夫　1
交通混雑制御への待ち行列モデルによる
　アプローチ……………………………………小　林　清　晃　22
明治期日本海運と長江……………………………片　山　邦　雄　36
年功賃金とヒックスの平均期間…………………逸　見　良　隆　53
景気変動と雇用調整：日本に関する研究展望…村　松　久良光　75
市場経済移行の基本問題…………………………高　阪　　　章　98
線形費用三者立地交渉問題………………………今　井　晴　雄　117
高齢化、人口移動、地方財政……………………西　村　周　三　132
山田浩之 教授 略歴・著作目録

平成7年1月

京都大學經濟學會

経済論叢（京都大学）第155巻第1号，1995年1月

# 線形費用三者立地交渉問題

今　井　晴　雄

## I

プレイヤー1，2，3が直線上の立地点に関して交渉を行う。合意すれば立地点が定まるが，さもなくば，立地は決定されない。それぞれのプレイヤーの選好は，立地点 $x$ と，合意時点 $t$ に関する効用関数 $U_i(x, t)$ で表される。

交渉は逐次型であり，等確率でランダムに proposer $i$ が選ばれ，残り2者が $i+1, i+2$ (mod 3) の順に reply し，ともに同意すればその時点で立地が決定する。一人でも不同意ならば，その時点で時点 $T$ が経過して，同じプロセスが繰り返される。このゲームは，完全情報ゲームとなり，その SPE（部分ゲーム完全均衡）が考察の対象となるが，3人以上の交渉問題では SPE は多数存在し，その中の SSPE（定常均衡）を考察する。

定常均衡においては，各プレイヤー $i$ は自らが proposer となったとき，つねに同じ offer $y_i$ を提示し，reply のパターンも proposer の identity, offer が同じである限り，同じパターンをとるものとする。

つねに合意が達成される SSPE は次の式で特長づけられる。$\delta(u_i(y_1)+u_i(y_2)+u_i(y_3))/3=v_i$ と書くことにする。このとき

$$\forall j,\ y_j \in \operatorname{argmax}\{u_j(x) : u_i(x) \geqq v_i,\ \forall i \neq j\}$$

となる。

均衡分析のため，ならびに，単純化とクラス限定のため，それぞれのプレイヤーの選好を，理想立地点 $x_i$ を持つ線形効用関数により表されるものとする。すなわち，$U_i(x, t)=\delta^t(A-|x-x_i|)$ で，$0<\delta<1$ かつ必要が有れば $A \geqq x_3$

$-x_i$ を仮定する。すなわち，$A \geqq x_3-x_1$ であるかぎりにおいて，いかなる区間 $[x_1, x_3]$ 内の立地点においてもいずれのプレイヤーも不同意の場合の効用水準未満とはならないことが保証されている。これが満たされなければ，$x_2$ との相対的関係にも依存して，すべてのプレイヤーが合意可能な立地点の集合が $[x_1, x_3]$ の真正部分集合となり，さらには，$A<(x_3-x_1)/2$ の場合には，そのような集合が存在しなくなる。

より一般的には，効用関数を理想立地点をピークとする単峰型と仮定し，$U_1(x, t)=(|x-x_i|, t)$ で表され，$U(0, 0)>0$ かつ，$U(x, t)=\delta^t u(x)$, $0<\delta<1$, $u$ は $x$ の連続減少関数であるものとする。$x_1<x_2<x_3$ とし，かつ，必要が有れば $u(|x_3-x_1|)>0$ と仮定する。$U_i(x, t)=\delta^t u_i(x)$（ただし $u_i(x)=u(|x-x_1|)>0$ と書くこともできる。

## II

線形効用関数の問題点として，理想立地点において微分不可能となること，さらには，後述するが，不同意と等価となる効用水準の解釈の問題が挙げられる。第一の問題点ゆえに，$n$ 人 Nash 解 outcome は広い範囲で中間立地 $x_2$ となって，ここでの SSPE の outcome との比較が微妙になる。このために，$x_1=0$, $x_3=1$ と標準化した場合での $n$ 人 Nash 解を求めておこう。地点 $x$ での Nash product は

$$(A-x)(A-|x_2-x|)(A-1+x)$$

であり，当然ながら，$[0, 1]$ 間に唯一の最大化点を持つ。端点解の可能性が三つあり，とくに，$x=x_2$ での可能性が問題となる。いま，上記 product の二番目の括弧内を $A-x_2+x$ とした場合の一般的な最大化点を $x^*$ とする。もし，$x^*<x_2$ ならば，$x<x_2$ に解はないが，$x_2<x^*$ ならば，内点解の可能性が残る。同様の観察が，上述の括弧内を $A-x+x_2$ とした場合にも適用できる（さらに，$X=1-x$ の変換により，実質上同じ問題に帰着される）ので，$x_2>x^*$ となる条件の考察が有用である。

$(A-x)(A-x+x_2)(A-x_3+x)$ の $x$ に関する1階条件は

$$-3x^{*2}+2(1-A+x_2)x^{*}+A^2-x_2=0$$

であり，$A^2>x_2$ が満たされる限り $x^*>0$ であり，これより

$$x^*=(1-A+x_2+((1-A+x_2)^2+3A^2-3x_2)^{1/2})/3$$

を得る。$x_2<x^*$ を満たすような $A$ と $x_2$ の組み合わせを上式より求めると，

$$x_2^2+(2A-1)x_2-A^2\geqq 0$$

を得る。$x_2=1$ において上式は$A(2-A)$ となるから，$A>2$ ならば，内点解の可能性が消えることが認められる。$x_2=0$ で上式は負となることに注意すると，

$$x_2\geqq 1/2-A+(8A^2-4A+1)^{1/2}/2$$

を満たす $x_2$ のもとで，$x^*<x_2$ となる。

他方で，$x^*<0$ ならば，端点 $x=0$ が $n$ 人 Nash 解となる。その一つの十分条件は，上記1階条件より，$A^2\leqq x_2$ となることである。(さらに，Nash product の定義が非負値部分についてでありそこでの関数としての product の凹性より，これが必要条件であることも導かれる。) 実際には，すべての効用が正となる部分でこの条件が満たされることはないことが確認できる。

1/2 に関する問題の対称性より，区間$(x_2, 1)$ 内の解の可能性についても，上と同様の条件となることが推察できるであろう。すなわち，

$$1-x_2\geqq 1/2-A+(8A^2-4A+1)^{1/2}/2$$

のもとで $x^{**}>x_2$ となり，$A^2\leqq 1-x_2$ のもとで $x^{**}>1$ となる。ただし，$x^{**}$ は区間 $[x_2, 1]$ での Nash product を表す関数の1階条件を満たす点である。

## III

SSPE の中で，合意が成立するケースに着目する。このためには，既述のように，$A>\max\{x_2, 1-x_2\}$ と仮定し，$\delta$ についても，後述のように十分に1に近い (ないしは，時間単位を十分小さいと仮定しておかねばならない。SSPE の導出の手順として，まず，$y_i\in[x_1, x_3]$ となることを確認しよう。$y_1<x_1$ ならば，offer $x_1$ によりすべてのプレイヤーが効用を改善できる。実際，

SSPE 戦略では，$y_1$ より高い効用を与える offer は accept されることになっていなければならないから，プレイヤー 1 にとり，offer $y_1$ は最適でなく，SSPE でないことになる。$y_1 \leqq x_3$, $x_1 \leqq y_2 \leqq x_3$, $x_1 \leqq y_3 \leqq x_3$ も同様にして導かれる。

次に，それぞれのプレイヤー $i$ について，$v_i = U_i(x, 0)$ を満たす $x$ を $w_i$ と $W_i$ と記することにする。ただし，$w_i < W_i$ である。$w_1 < w_2 < w_3$ かつ $W_1 < W_2 < W_3$ であることを確認しよう。

$$U_1(w_1, 0) = A - x_1 + w_1$$
$$= v_1 = \delta(A + x_1 - (y_1 + y_2 + y_3)/3)$$

より

$$w_1 = (1+\delta)x_1 - (1-\delta)A - \delta(y_1 + y_2 + y_3)/3$$

となる。同様に

$$w_3 = (1-\delta)x_1 - (1-\delta)A + \delta(y_1 + y_2 + y_3)/3$$

を得る。$w_2$ に関しては，$x_2$ と $y_i$ の関係により 4 つのケースに分かれる。

1．$x_2 \leqq \min\{y_1, y_2, y_3\}$：

$$w_2 = (1+\delta)x_2 - (1-\delta)A - \delta(y_1 + y_2 + y_3)/3$$

2．$y_i < x_2 \leqq y_j,\ y_k$：

$$w_2 = (1+\delta/3)x_2 - (1-\delta)A - \delta(y_j + y_k - y_i)/3$$

3．$y_i,\ y_j < x_2 \leqq y_k$：

$$w_2 = (1-\delta/3)x_2 - (1-\delta)A - \delta(y_k - y_j - y_i)/3$$

4．$x_2 > \max\{y_1, y_2, y_3\}$：

$$w_2 = (1-\delta)x_2 - (1-\delta)A + \delta(y_1 + y_2 + y_3)/3$$

それぞれのケースで $w_2 - w_1$ を評価すれば

$$w_2 - w_1 = (1+\delta)(x_2 - x_1) > 0 \qquad 1,$$
$$= (1+\delta/3)(x_2 - x_1) + (2/3)\delta(y_i - y_1) > 0 \qquad 2,$$
$$= (1-\delta/3)(x_2 - x_1) + (2/3)\delta(y_i + y_j - 2x_1) > 0 \qquad 3,$$
$$= (1-\delta)(x_2 - x_1) + (2/3)\delta\Sigma_i(y_i - x_1) > 0 \qquad 4,$$

を得る。同様に $w_3-w_2$ に関して

$$w_3-w_2=(1-\delta)(x_3-x_2)+(2/3)\delta\Sigma_i(y_i-x_2)>0 \qquad 1,$$
$$=(1-\delta)(x_3-x_2)+(2/3)\delta(y_j+y_k-2x_1)>0 \qquad 2,$$
$$=(1-\delta)(x_3-x_2)+(2/3)\delta(y_k-x_2)>0 \qquad 3,$$
$$=(1-\delta)(x_3-x_2)>0 \qquad 4,$$

となる。$W_1<W_2<W_3$ も同様にして確認できる。

以上の結果より，SSPE のもとでの offer のパターンとしては，$y_1=\max\{x_1, w_3\}$ ならびに $y_3=\min\{W_1, x_3\}$ がただちに導かれる。さらに，合意の成立する SSPE においては，当然，$W_1\geqq w_3$ が成立していなければならないから，(i) $x_2>W_3$ ならば $y_2=w_3=y_1$, (ii) $w_3\leqq x_2\leqq W_1$ ならば $y_2=x_2$, そして (iii) $x_2>W_1$ ならば $y_2=W_1=y_3$, となる。この分類から，(i) ならば，$y_3=W_1$ (ia) もしくは $y_3=x_3(<W_1)$ (ib) であり，(iii) ならば $y_1=w_3$ (iiia) もしくは $y_1=x_1$ $(>w_3)$ (iiic) であり，(ii) の場合には $y_1=w_1$ かつ $y_3=w_3$(iia), $y_1=w_1$ だが $y_3=x_3(<W_1)$ (iib), $y_3=w_3$ だが $y_1=x_1(>w_3)$ (iic), さらに $y_1=x_1$ $(>w_3)$ かつ $y_3=x_3$ $(<W_1)$ (iid) の四つの subclass に分けられる。

## IV

上記の分類のそれぞれのケースについて，offer の値を求め，ケースとの整合性を確認する。まず，(iia) の場合の $y_i$ の値を求めよう。$y_2=x_2$ を考慮して，$y_1=w_3$ と $y_3=W_1$ より，

$$A-y_3+x_1=\delta(A-(y_1+x_2+y_3)/3+x_1)$$
$$A-x_3+y_1=\delta(A+(y_1+x_2+y_3)/3-x_3)$$

を得て，変形により

$$(1-2\delta/3)(y_1+y_3)=(1-\delta)(x_1+x_3)+2\delta x_2/3$$
$$y_1-y_3=(1-\delta)(x_3-x_1)-2(1-\delta)A$$

を得る。これを解いて

$$y_1=-(1-\delta)A+(1-\delta)(x_3-x_1)/2$$

$$+[(1-\delta)(x_3+x_1)+2\delta x_2/3]/2(1-2\delta/3)$$

$$y_3=(1-\delta)A-(1-\delta)(x_3-x_1)/2$$

$$+[(1-\delta)(x_3+x_1)+2\delta x_2/3]/2(1-2\delta/3)$$

を得る。

offer 間隔が無限小となるケースの極限を評価すれば，$\delta\to1$ より

$$y_1,\ y_3,\ \to\ x_2$$

が確認される。

この結果が，想定したケースと整合的であるためには，$y_1\geqq x_1$, $y_3\leqq x_3$, かつ $y_1\leqq x_2\leqq y_3$ が満足されていなければならない。これらの条件を $x_1=0$, $x_3=1$ に標準化した場合について挙げれば，それぞれ

$$x_2\geqq3(1-\delta)[(1-2\delta/3)A-(1-\delta/3)]/\delta$$

$$1-x_2\geqq3(1-\delta)[(1-2\delta/3)A-(1-\delta/3)]/\delta$$

$$x_2\geqq(1-(1-2\delta/3)(2A-1))/2$$

$$1-x_2\geqq(1-(1-2\delta/3)(2A-1))/2$$

となる。これらの条件を再び $\delta\to1$ のもとで評価してみると，当然ながら，前2式は無制約となり，後2式は

$$\min\{x_2,\ 1-x_2\}\geqq(2+A)/3$$

となる。

以下それぞれのケースで同様の計算を示す。

(ia)

$$A-y_3+x_1=\delta(A-(2y_1+y_3)/3+x_1)$$

$$A-x_3+y_1=\delta(A+(2y_1+y_3)/3-x_3)$$

より，

$$y_1=y_2=(x_3+x_1)/2-(1-2\delta/3)(2A-(x_3-x_1))/2$$

$$y_3=(x_3+x_1)/2+(1-4\delta/3)(2A-(x_3-x_1))/2$$

となる。[0, 1] 標準化した上で，$\delta\to1$ のもとでは，$y_i=1/2-(2A-1)/6$ となる。

整合性条件 $x_2 < w_3 = y_1$, $y_3 = W_1 \leqq x_3$ は，標準化の場合

$$x_2 < (1-(1-2\delta/3)(2A-1))/2$$

$$(4\delta/3-1)(2A-1)+1 \geqq 0$$

となり，前者は先の整合条件と接合し，後者は，$\delta$ が 3/4 より大きければ自動的に満たされる。

(ib)

$$A - x_3 + y_1 = \delta(A + (2y_1 + x_3)/3 - x_3)$$

より，標準化して

$$y_1 = (\delta/3 - (1-\delta)(A-1))/(1-2\delta/3)$$

となる。極限では $y_1 = 1$ となる。整合性条件は，$x_2 < w_3 = y_1$, $W_1 > x_3$ であり，標準化すると，

$$(\delta/3-(1-\delta)(A-1))/(1-2\delta/3) > x_2$$

$$(1-4\delta/3)A > (1-2\delta/3)$$

となり，2番目の不等式は $\delta$ が 3/4 より大きければ不可能であることが確認される。これは，前ケースの結果と整合的に接合している。

実はこのケースは不可能であることが整合性条件から確認できる。いま，2番目の条件が満たされたものとしよう。したがって，$\delta < 3/4$ でなければならない。1番目の条件が満たされるためには，左辺が非負でなければならない。この関係は，

$$0 > 4\delta/3 - 1 \geqq (1-\delta)A$$

となり，このような $A$ は存在し得ないことが確認できる。

(iib)

$$A - x_3 + y_1 = \delta(A + (y_1 + x_2 + x_3)/3 - x_3)$$

より，標準化して

$$y_1 = (\delta(x_2+1)/3 - (1-\delta)(A-1))/(1-\delta/3)$$

を得る。極限では $y_1 = (x_2+1)/2$ となる。整合性条件は，$w_3 = y_1 \geqq x_1$, $W_1 > x_3$, $x_2 \geqq y_1$ である。標準化して

$$x_2 \geqq 3(1-\delta)A/\delta-2+3/\delta$$

$$1-x_2<3(1-\delta)[(1-2\delta/3)A-(1-\delta/3)]/\delta$$

$$1-x_2 \leqq (1-\delta)A/(1-2\delta/3)$$

となる。2番目の不等式は，$A$ を所与として $\delta$ を十分に1に近づけたとき不可能となる。（もちろん，$x_2$ が $1=x_3$ に近いとして，$A$ を十分に大きくすると，この不等式は満たされるようになる。）

(iid)

$y_i=x_i$ であり，整合性条件は，$W_1>x_3$, $w_3<x_1$ である。標準化した上で

$$1-x_2<3(1-\delta)A/\delta-2+3/\delta)$$

$$x_2<3(1-\delta)A/\delta-2+3/\delta)$$

を得る。やはり，$A$ を所与として，$\delta$ が大きい値のときこの不等式を満たすのは不可能となる。

残りのケース（iic)，(iiia)，(iiic）は上記のケースから，対称性を用いて導出できる。以下では結果のみを挙げる。

(iic)

$$y_3=((1-\delta)A+\delta x_2/3)/(1-\delta/3)$$

整合性条件 $W_1=y_3 \leqq x_3$, $w_3<x_1$, $x_2 \leqq y_3$

$$1-x_2 \geqq 3(1-\delta)A/\delta-2+3/\delta)$$

$$x_2<3(1-\delta)[(1-2\delta/3)A-(1-\delta/3)]/\delta$$

$$x_2 \leqq (1-\delta)A/(1-2\delta/3)$$

(iiia)

$$A-y_3+x_1=\delta(A-(y_1+2y_3)/3+x_1)$$

$$A-x_3+y_1=\delta(A+(y_1+2y_3)/3-x_3)$$

より，

$$y_3=y_2=(x_3+x_1)/2+(1-2\delta/3)(2A-(x_3-x_1))/2$$

$$y_1=(x_3+x_1)/2-(1-4\delta/3)(2A-(x_3-x_1))/2$$

整合性条件 $x_2>y_1$, $y_1>x_1$ は，標準化した上で

$$x_2 > (1-2\delta/3)A + \delta/3$$

$$1-(1-4\delta/3)(2A-1) > 0$$

(iiic)

$$y_3 = (1-\delta)A/(1-2\delta/3)$$

整合性条件 $x_2 > y_3$, $w_3 < x_1$ は，標準化して

$$x_2 > (1-\delta)A/(1-2\delta/3)$$

$$(4\delta/3-1)A + 1 - 2\delta/3 < 0$$

このケースが不可能なことは，(ib) のケースと同様である。

$\delta=0.9$ の場合のパラメーターと各々のケースとの関係を図1に示した。

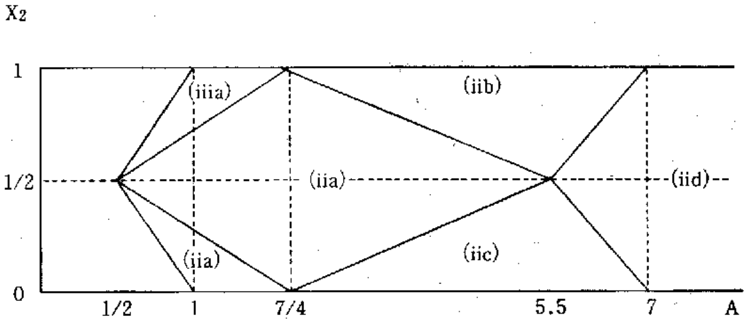


図1

## V

これまでは，合意が成立する SSPE を調べてきた。ここでは，標準化を前提として，話を進める。$A < \max\{x_2, 1-x_2\}$ の場合には，合意の可能性がない。この場合にはもとより交渉の可能性がないので，交渉ゲームにおいては，それぞれのプレイヤーが任意の offer を提示し，いずれかのプレイヤーがそれを拒否するという趣旨の SSPE が出現する。(offer はユニークには決まらない。) $\max\{x_2, 1-x_2\} = A$ の場合には，合意と決裂の両方の SSPE が共存する。

$\max\{x_2, 1-x_2\}<A$ の場合に，決裂が outcome として出現する，ないしは，少なくとも一人のプレイヤーの offer が拒否されるような SSPE (delay)がないことを確認しておこう。決裂が outcome の場合には，それぞれのプレイヤーに合意の用意のある立地 offer の集合が空ではなく，かつ，その共通部分が非空でかつすべてのプレイヤーの利得を決裂以上にできる。したがって，拒否される offer は最適でなく，したがって均衡ではありえない。同様に，拒否されるような offer を提示するプレイヤーにとって，1期の delay より好ましいoffer でかつ他のプレイヤーにとって合意可能な offer の集合は空でない。したがって，この可能性も均衡ではありえない。

以上の確認により，$\max\{x_2, 1-x_2\}<A$ の場合には，SSPE での offer がユニークに定まることが，これまでの結果から示されたことになる。ただし，SSPE 均衡戦略そのものの唯一性は必ずしも成立しない。なぜなら，拒否されるofferが提示された場合に，次のプレイヤーが拒否することを所与として，1番目のプレイヤーの回答が拒否となるか，同意するかについては，無差別となるからである。

## VI

IV で求めた SSPE の $\delta$ に関する極限での outcome を Nash 解のもとでの outcome と比較してみよう。図2に，両者の差異を前図と同じくパラメーターの上で示した。端点解 $x_2$ となる領域が微妙に異なるとともに，内点解となる領域ではそれぞれの outcome があい異なってしまう点に着目されたい。

次にこの差異が $n$ 人 Nash 解と異なる論理により支えられるか否かを検証してみよう。少なくとも何らかの道筋が示されないと，多数の SPE の中から SSPE にしぼり込むだけでは，いささか解の選別としては脆弱であるからである。もちろん，公理的基礎付けが与えられるのが望ましいが，ここでは解の性質の解釈に集中することにする。

いま，$x_2<1/2$ として，Nash product の代わりに，プレイヤー2の効用を

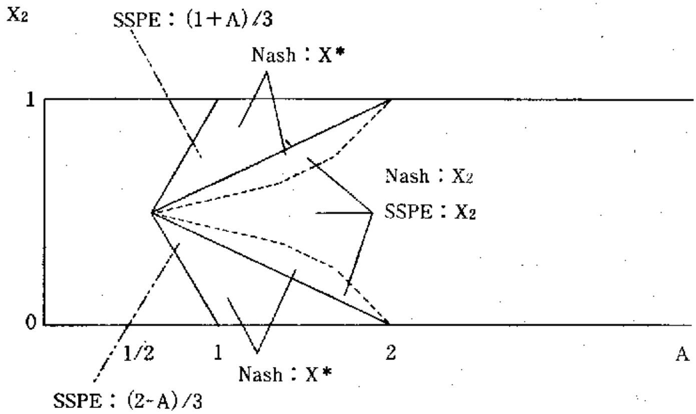


図 2

プレイヤー1の効用で置き換えたものを考えてみよう。すなわち，

$$(A-x)^2(A-1+x)$$

である。この最大化の1階条件は，

$$(A-x)(A-2+3x)=0$$

である。この解を $x^{**}$ とすれば，

$$x^{**}=(2-A)/3$$

を得る。($A>\max\{x_2, 1-x_2\}$を仮定している。) $X^{**}<x^2$ となるのは，当然，$x_2<(2-A)/3$ となるときであり，これは，$\delta\to 1$ のもとでの (ia) のケースに他ならない。したがって，極限で評価した SSPE の outcome は，いま調べた修正 Nash product の最大化点として記述できることになる。

この記述法を支える論理としては，Imai (1992) で述べた，1次元制約下交渉問題の場合での修正 Nash 解の解釈が挙げられる。(そこでの問題は，ここで，$x_1=x_2$，ないしは，$x_2=x_3$ の場合に対応するが，選好が同一である必要はない。) すなわち，Nash 交渉解，ならびに，逐次型（非協力）交渉ゲームの解を支えるのが，$y_i/\Delta y_i=$constant という交渉力（boldness 指標）の均等化を表す局所条件であったが，利害の2極化が強制される状況下では，利害を一

にするプレイヤー間では，最大交渉力 max $y_i/\Delta y_i$ が有効な数値として作用し，かつ，その結果，offer 権を獲得する比率で，最大交渉力プレイヤーの効用により，同じ側の効用を置き換えて作られた product の最大化点が，SSPE の outcome となるというものである。ここでは，利害の2極化は成立しないのであるが，局所的には成立するという状況下で，同様の結果がもたらされている。もちろん，問題の局所的な性質が，逐次型交渉ゲームでも肝要であるから，このような結果は，決して予想できないものではない。いささか異なった設定のもとで同様の解に Young (1993) が到達している。

立地問題を，2極化交渉問題の拡張としてとらえれば，交渉対象の1次元化により，相対的に交渉力の弱いプレイヤーが，より強いプレイヤーの威を借りて，グループとしてより有利な結果を獲得するという現象が，局所的な交渉力比較としても出現し，したがって，大局的な利害の2極化を必要としない点が，新たな観察である。

制約下での交渉問題のこのような性質は，制約の変容に対して脆い点には注意しなければならない。とくに，金銭などによる補償をともなう立地交渉の場合には，制約が無制約に変容する。また，2施設の立地などの場合にも，制約内容は著しく変化する。果たして，ここでの性質が1次元制約にのみ付随する現象なのか，それとも，$n$ 人問題において，任意の $n-1>m$ 次元制約について，あるいは，より広く半空間型の制約にも同種の配慮が必要かは，今後の課題である。また，公理系についての考察も途上にある段階である。

## VII

文献上では，逐次型交渉問題は Stahl (1972) をその嚆矢とし，Rubinstein (1982) によりその性質が明確にされた。ただし，その極限の性質（Nash解との同値性）等については Binmore (1987-a) の同時期の研究があり，random proposer 型のモデルも Binmore (1987-b) で提唱されている。$n$ 人問題については，Herrero (1984) による研究があり，Shaked による，多数 SPE の指

摘が Sutton (1986) に挙げられている。

立地問題と逐次型交渉ゲームとの関連については，ここでの設定とは異なった問題で（所与立地の複数企業に対する需要家の交渉問題）Bester (1989) がある。

定常均衡の是非については，Rubinstein (1991) に批判的な見地が示され，Binmore (1985) も同様である。他方，多くの逐次型交渉ゲームの拡張においては，多数 SPE の問題が不可避となっており，SSPE に限定した研究が数多く現れている（Chatterjee et al. (1993) など)。SSPE を正当化しうる基準の検討としては，Harsanyi & Selten (1988), Baron & Kalai (1993) などが挙げられよう。

ここで述べた，boldness 指標は，Aumann & Kurz (1977) において提唱され，その交渉解解釈への援用は，Roth (1989), Svenjar (1986) に見られる。

公理的分析は，Nash (1950) にはじまり，$n$ 人へのその拡張は，周知の事実とはなっていたと思われるが，Harsanyi (1959) に収められている。ここでの修正版 $n$ 人 Nash 解への公理的分析の適用については，明かであろうが，Independence of irrelevant alternatives 公理の修正が肝要となる。この公理の置き換えにおいて，おそらく重要と思われる性質は，Thomson & Lensberg (1986) により提唱された，consistensy 公理であり，その非協力分析版として，Chae & Yang (1988) & (1994), Jun (1987) や Krishna & Serrano (1991) がある。また，Tversky and Kahneman (1986) 等により追求されている，意思決定問題上の framing の問題とも無縁ではない。

立地型意思決定問題は，単峰型選好のもとでの社会的意思決定問題，すなわち，選好の定義域限定による，不可能性定理の回避例として古くより知られている問題でもあり，メディアン解（ここでの $x_2$）が focal point となっている。もちろん，これは，序数的効用の問題であり，ここでは，Von Neumann-Morgenstern 型の，基数的効用となっているので，メディアン以外の解が支持できる。

ここでは，random proposer 型のルールを用いているために，時間選好と危険選好を共有する選好が当初より仮定されている。その正確な基礎付けは文献には現れていないが，時間選好に関する定常的選好の Fishburn & Rubinstein (1982) による基礎付けに危険選好を加えたものにより基礎づけられるのはほぼ自明であろう。注意すべきは，解が効用水準 0 に対応する outcome に相対的に決定される点である。永続的な決裂と効用水準 0 の outcome とに関して無差別が成立していなければならず，この意味で線形費用型の効用関数による表現が妥当かについては，適用されるケースに応じた吟味が必要であろう。

## References


Aumann, R. J., and M. Kurz, "Power and Taxes", *Econometrica*, 45 (1977), 1137-1161.

Baron, D., & E. Kalai, "The Simplest Equilibria Dividing of a Majority-Rule Division Game", *Journal of Economic Theory*, 61 (1993), 290-301.

Bester, H., "Noncooperative Bargaining and Spatial Competition", *Econometrica*, 57 (1989), 97-113

Binmore, K. G., "Nash Bargaining Theory II", in K. G. Binmore, and P. Dasgupta eds., *The Economics of Bargaining*, Oxford: Blackwell (1987-a), 61-76.

Binmore, K. G., "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", in K. G. Binmore, and P. Dasgupta eds., *The Economics of Bargaining*, Oxford : Blackwell (1987-b), 47-60.

Binmore, K. G., "Bargaining and Coalitions", in *Game Theoretic Models of Bargaining*, A. E. Roth ed. Cambridge University Press, Cambridge, (1985), 265-301.

Chae, S. and J. A. Yang, "The Unique Perfect Equilibrium of an N-person Bargaining Game", *Economics Letters*, 28 (1988), 221-223.

Chae, S. and J. A. Yang, "An N-Person Pure Bargaining Game," *Journal of Economic Theory*, 62 (1994), 86-102.

Chatterjee, K, B. Dutta, D. Ray, and K. Sengupta, "A Noncooperative Theory of Coalitional Bargaining", *Review of Economic Studies*, 60 (1993), 463-77.

Fishburn, P. C. and A. Rubinstein, "Time Preferences", *International Economic Review*, 23 (1982), 677-94.

Harsanyi, J. C., "A Bargaining Model for the Cooperative n-person Game", *Annals of*

*Mathematical Studies*, 40 (1959), 325-55.

Harsanyi, J. and R. Selten, *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*, MIT Press, (1988)

Herrero, M. J., "Bargaining and Involuntary Unemployment", unpublished paper, London School of Economics, (1984).

Imai, H., "Two-Sided Bargaing Problem and the Toughness of Players", in *The Development of Science for the Improvement of Human Life*, F. Casprini & R. Barbucci eds. University of Siena, (1992) 209-27.

Jun, B.H., "A Strategic Model of 3-Person Bargaining", unpublished paper, State University of New York at Stony Brook, (1987).

Krishna, V., and R. Serrano, "Multilateral Bargaining", unpublished paper, Harvard University (1991).

Nash, J., "The Bargaining Problem", *Econometrica*, 18 (1950). 155-62.

Osborne, M. J. and A. Rubinstein, *Bargaining and Markets*, Academic Press, San Diego (1990).

Roth, A. E., "Risk Aversion and the Relationship Between Nash's Solution and Subgame Perfect Equilibrium of Sequential Bargaining", *Journal of Risk and Uncertainty*, 2 (1989), 353-365.

Rubinstein, A., "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", *Econometrica*, 50 (1982), 97-109.

Rubinstein, A., "Comments on the Interpretation of Game Theory", *Econometrica*, 50 (1991), 909-924.

Stahl, I., *Bargaining Theory*, Stockholm:Economics Research Institute, Stockholm School of Economics (1972).

Sutton, J., "Non-Cooperative Bargaining Theory : An Introduction", *Review of Economic Studies*, 53 (1986), 709-724.

Svenjar, J., "Bargaining Power, Fear of Disagreement, and Wage Settlements: Theory and Evidence from U.S. Industry", *Econometrica*, 54 (1986), 1055-78.

Thomson, W. & T. Lensberg, *Axiomatic Theory of Bargaining with a Variable Number of Agents*, Cambridge University Press, (1989).

Tversky A. and D. Kahneman, "Rational Choice and the Framing of Decisions," *Journal of Business*, 59 (1986), 251-78.

Young, H. P., "An Evolutionary Model of Bargaining," *Journal of Economic Theory*, 59 (1993), 145-168.